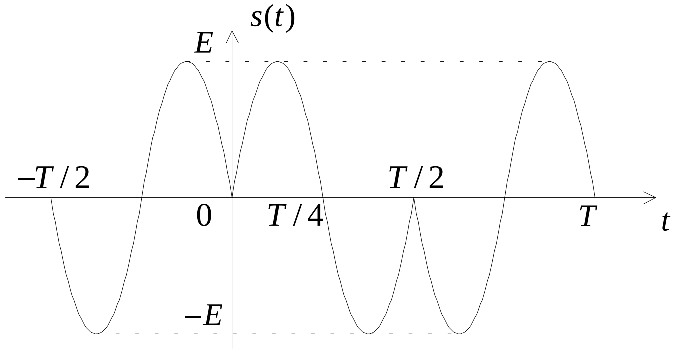
-EXERCICE 0 bis.2-

• ENONCE :

« Analyse d'un signal sinusoïdal avec inversion périodique »

On considère le signal ci-dessous, obtenu à partir d'un signal sinusoïdal que l'on inverse à chaque demie période, grâce à un commutateur :



Déterminer le développement en série de Fourier du signal $s(t)$.

• CORRIGE :

« Analyse d'un signal sinusoïdal avec inversion périodique »

• Le signal $s(t)$ peut s'écrire : $s(t)=\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos(n\omega t)+b_n\sin(n\omega t)\right)$, avec $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$.

• Compte tenu de l'égalité des aires positives et négatives, la **valeur moyenne** de $s(t)$ est **nulle** $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{a_0}{2}=0}$.

• La fonction $s(t)$ étant **paire**, tous les coefficients b_n sont **nuls**.

• La symétrie de **glissement** permet d'affirmer que les termes **pairs** du développement sont **nuls**, et que l'on peut simplifier le calcul des coefficients impairs selon :

$$a_n=a_{2k+1}=\frac{4}{T}\times\int_0^{T/2}s(t)\cos(n\omega t)dt=\frac{2E}{\pi}\times\int_0^{\pi}\sin(2x)\times\cos[(2k+1)x]dx$$, en posant $x=\omega t$.

• On linéarise l'expression précédente grâce à la relation $\cos a\times\sin b=\dfrac{1}{2}[\sin(a+b)-\sin(a-b)]$:

$$a_{2k+1}=\frac{E}{\pi}\times\int_0^{\pi}\{\sin[(2k+3)x]-\sin[(2k-1)x]\}dx=\frac{E}{\pi}\times\left[\frac{-\cos[(2k+3)x]}{2k+3}+\frac{\cos[(2k-1)x]}{2k-1}\right]_0^{\pi}$$ $\Rightarrow$ il vient :

$$\boxed{a_{2k+1}=\frac{2E}{\pi}\times\left(\frac{1}{2k+3}-\frac{1}{2k-1}\right)=-\frac{8E}{\pi}\times\frac{1}{(2k-1)(2k+3)}=\frac{8E}{\pi(4-n^2)}}$$ (avec $n=2k+1$)